

Seminar 2

(S2.1)

- (i) Demonstrați că orice intervale deschise (a, b) , (c, d) ale lui \mathbb{R} sunt echipotente.
- (ii) Demonstrați că $(0, 1)$, $(0, 1]$, $[0, 1)$, $[0, 1]$ și \mathbb{R} sunt echipotente.

(S2.2) Fie X o mulțime. Să se arate că nu există o funcție surjectivă cu domeniul X și codomeniul $\mathcal{P}(X)$.

(S2.3) Arătați, pe rând, următoarele:

- (i) \mathbb{N}^* este numărabilă.
- (ii) \mathbb{Z} este numărabilă.
- (iii) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ este numărabilă.

(S2.4) Arătați, pe rând, următoarele:

- (i) Produsul cartezian a două mulțimi numărabile este numărabil.
- (ii) Produsul cartezian al unui număr finit (≥ 2) de mulțimi numărabile este numărabil.

Definiția 1. O familie de mulțimi $(A_i)_{i \in I}$ se numește **disjunctă** dacă pentru orice $i, j \in I$ cu $i \neq j$ avem $A_i \cap A_j = \emptyset$.

(S2.5) Fie $(A_i)_{i \in I}$ o familie de mulțimi. Pentru orice $i \in I$ notăm $A'_i := \{i\} \times A_i$. Să se arate că $A'_i \sim A_i$ pentru orice $i \in I$ și că $(A'_i)_{i \in I}$ este o familie disjunctă de mulțimi.